



## Ecole doctorale régionale Sciences Pour l'Ingénieur Lille Nord-de-France - 072



**Titre : Coding with Modules over Frobenius rings.**

**Financement prévu :** Université d'Artois, bourse doctorale

**Cofinancement éventuel :**

**Directeur de thèse : André Leroy**

**E-mail : andre.leroy@unv-artois.fr**

**Co-directeur de thèse :**

**E-mail :**

**Laboratoire :** nom labo – UMR ..... ou FRE ..... ou EA .....

**Equipe : LML EA2462**

**Descriptif :** En théorie des codes les alphabets ont été au cours du temps de plus en plus généraux. On est passé du corps à deux éléments aux anneaux finis non commutatifs et aux modules sur ces anneaux en passant par les corps finis, les anneaux commutatifs finis. Après les théorèmes de Honold et Wood qui montrent l'intérêt des anneaux de Frobenius finis il y a eu de nombreux travaux relatifs aux codes sur ces anneaux. Un autre thème très actif depuis quelques années est la construction de codes correcteurs avec de bons paramètres obtenus en utilisant les extensions de Ore. Felix Ulmer et D. Boucher sont des pionniers de ces méthodes lorsque la dérivation de l'extension est nulle. Il y a quelques années l'utilisation des transformations pseudo-linéaires s'étaient montrée utile pour traiter le cas où la dérivation est non nul. Voici quelques uns des objectifs de la thèse :

- Déterminer les conditions pour qu'un quotient d'extensions de Ore sur un corps (ou sur certains anneaux) soit un anneau de Frobenius fini.
- La factorisation dans les extensions de Ore est importante pour l'étude des codes. Lorsque la dérivation est nulle et l'anneau de base est corps (finis), il existe une sorte de norme qui permet de se ramener à la factorisation dans le centre. Il n'est pas clair que cela soit possible cependant il existe une sorte de norme pour ces extensions générales qui devraient donner quelques résultats. Il s'agirait donc ici de voir ce que l'on peut faire pour descendre l'étude la factorisation de l'extension de Ore sur son centre ou sur un anneau plus sympathique.
- Comme mentionné plus haut les transformations pseudo-linéaires ce sont déjà montrées très intéressantes et il semble normale de les étudier davantage en relation avec la factorisation dans une extension de Ore, en particulier on peut commencer par étudier les TPL nilpotentes.
- d) Est il possible d'utiliser les matrices de Vandermonde généralisées pour engendrer des codes de distances prescrites analogue aux codes BCH?
- e) Déterminer des moyens concrets pour calculer les caractères génériques d'un anneau de Frobenius fini.
- f) Les algèbres de Hopf finidimensionnelles sont des algèbres de Frobenius. Peut on les utiliser pour créer des codes intéressants ?



## **Bibliographie**

F. Ulmer et D. Boucher: BoucherSelf-dual skew codes and factorization of skew polynomials  
Journal of Symbolic Computation 60,47–61 (2014) .

F. Ulmer et D. Boucher: Linear codes using skew polynomials with automorphisms and derivations,  
Designs, Codes and Cryptography, 70, 405–431 (2014).

S. Dougherty A. Leroy: Euclidean Self dual codes over noncommutative Frobenius rings,  
Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing, 2015

M. Boulagouaz A. Leroy : (Sigma, Delta) codes,  
Advances in Mathematics of Communications Vol. 7, 2013;

T.Y.Lam: Lectures on Modules and Rings, Graduate Texts in Math. Vol 189 Spriger-Verlag (1999)

Jay Wood: Code equivalence characterizes finite Frobenius rings, Proc. Amer. Math. Soc. 136 (2008), 699-706.